

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 6

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, линейкой и непрограммируемым калькулятором.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 ,
то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

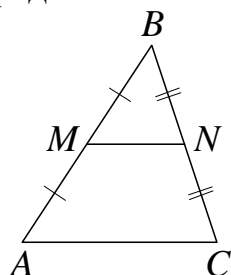
$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

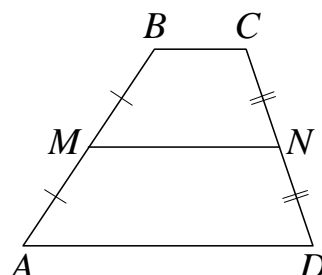
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



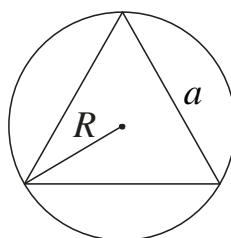
$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

$MN \parallel AD$

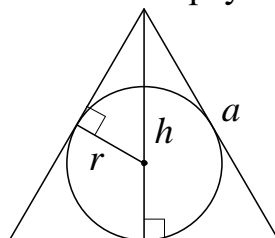
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



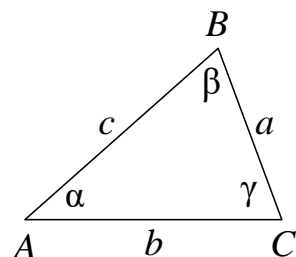
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



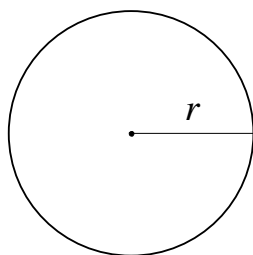
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

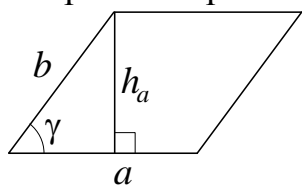


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

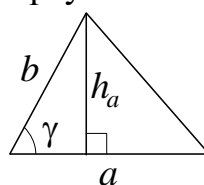
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

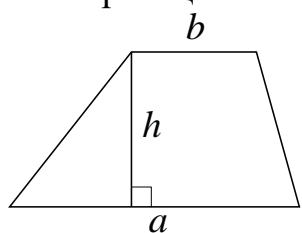
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

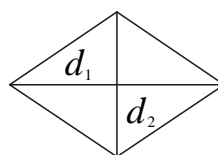
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

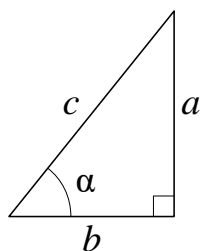
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

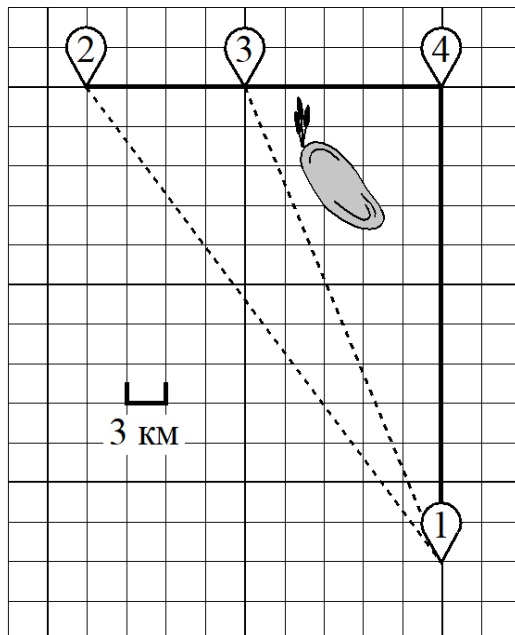
Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Дима летом отдыхает у дедушки в деревне Васильевка. Во вторник они собираются съездить на велосипедах в село Плодородное на ярмарку. Из деревни Васильевка в село Плодородное можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Шарковку до деревни Рассвет, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Плодородное. Есть и третий маршрут: в деревне Шарковке можно свернуть на прямую тропинку в село Плодородное, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.



По шоссе Дима с дедушкой едут со скоростью 25 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке — со скоростью 18 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 3 км.

1

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	д. Рассвет	с. Плодородное	д. Шарковка
Цифры			

- 2** Сколько километров проедут Дима с дедушкой от деревни Шарковка до села Плодородное, если они поедут по шоссе через деревню Рассвет?

Ответ: _____.

- 3** Найдите расстояние от деревни Васильевка до села Плодородное по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 4** Сколько минут затратят на дорогу из деревни Васильевка в село Плодородное Дима с дедушкой, если они поедут по прямой лесной дорожке?

Ответ: _____.

- 5** В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Васильевка, селе Плодородное, деревне Шарковка и деревне Рассвет.

Наименование продукта	д. Васильевка	с. Плодородное	д. Шарковка	д. Рассвет
Молоко (1 л)	37	38	36	39
Хлеб (1 батон)	16	18	22	21
Сыр «Российский» (1 кг)	240	280	250	260
Говядина (1 кг)	420	430	415	410
Картофель (1 кг)	30	28	35	25

Дима с дедушкой хотят купить 4 кг сыра «Российский», 5 кг говядины, 6 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Ответ: _____.

- 6** Найдите значение выражения $\frac{21}{5} : \frac{6}{7}$.

Ответ: _____.

- 7** Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{2}{9}$?

1) $[0,1; 0,2]$ 2) $[0,2; 0,3]$ 3) $[0,3; 0,4]$ 4) $[0,4; 0,5]$

Ответ:

- 8** Найдите значение выражения $\frac{2^9}{16}$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение $2x^2 = 8x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

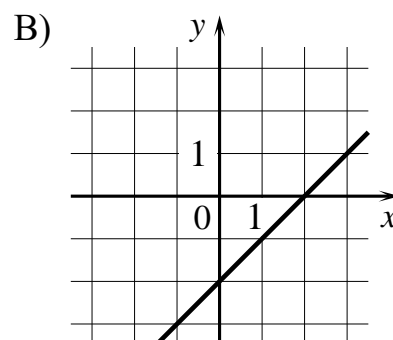
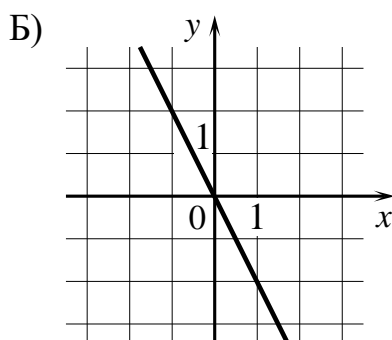
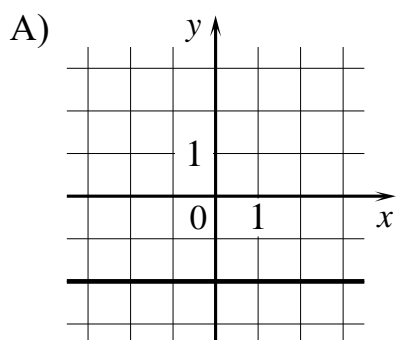
Ответ: _____.

10 В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, шесть неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = -2$

2) $y = x - 2$

3) $y = -2x$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

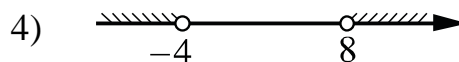
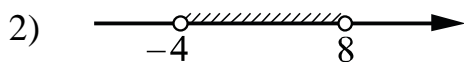
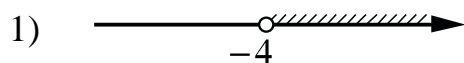
А	Б	В

12 В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t — длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 13-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства

$$(x + 4)(x - 8) > 0.$$

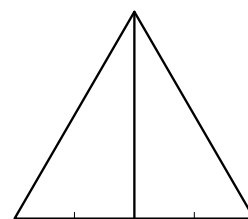


Ответ:

14 В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 13 мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 90 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

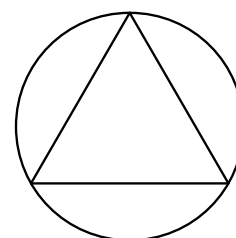
Ответ: _____.

15 Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.



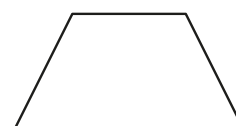
Ответ: _____.

16 Сторона равностороннего треугольника равна $6\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: _____.

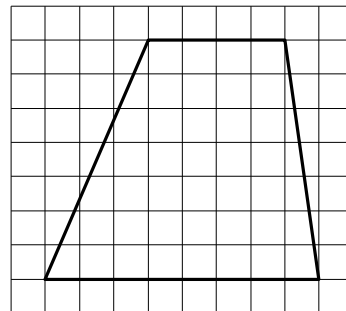
17 Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 94° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

18

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

19

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
- 2) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
- 3) Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x^3 + 6x^2 = 4x + 24$.

21 Моторная лодка прошла против течения реки 208 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 5 часов меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x - 2,5 & \text{при } x < 2, \\ -x + 1,5 & \text{при } 2 \leq x \leq 3, \\ x - 5 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23 Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

24 Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AD . Точка L — середина стороны AB . Докажите, что DL — биссектриса угла ADC .

25 В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 17 и 7. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.